

An abstract graphic consisting of a dark blue 3D cube with a red sphere resting on its top surface. The cube is tilted, and the sphere is positioned slightly off-center towards the back-left corner of the top face.

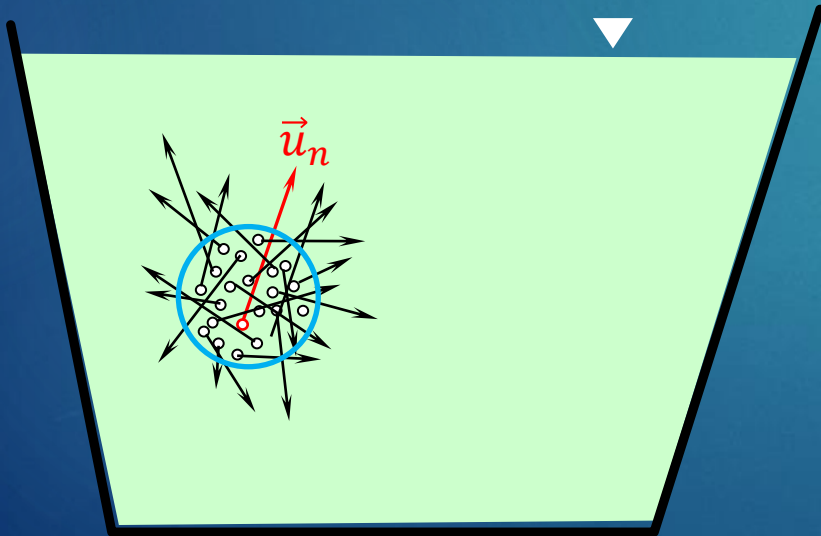
Corso di Idraulica

Prof. A. Balzano

PROPRIETÀ FISICHE DEI
FLUIDI

Schema di mezzo continuo

- ▶ La materia è essenzialmente discontinua (molecole, atomi, particelle elementari)
 - le grandezze fisiche (velocità, accelerazione, forza., etc...) sono anch'esse discontinue
 - la descrizione del comportamento della materia sulla base della sua natura discreta è complicato e non utile per gli scopi pratici dell'Idraulica
 - conviene trattare materia come mezzo continuo, cui applicare metodi Analisi Matematica
 - Problema: definizione di campi continui delle grandezze fisiche



- ▶ Fluido (macroscopicamente) in quiete

- volume contenente N molecole
- al baricentro P del volume si associa la velocità

$$\vec{u}(P) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \vec{u}_n$$

- ✓ $\vec{u}(P) \cong 0$ per N abbastanza grande

Schema di mezzo continuo - 2

- Fluido in movimento: il volume deve ora soddisfare due requisiti:
 - N abbastanza grande per rendere la media statisticamente significativa (volume V_p non troppo piccolo)
 - Volume V_p non troppo grande per rendere il valore medio rappresentativo di condizioni locali
 - ✓ Il volume fluido V_p prende il nome di *particella fluida*
 - ✓ definire campi continui delle grandezze fisiche consente di utilizzare lo *schema di mezzo continuo*



Definizione di fluido

► Definizione elementare (fluidi in quiete)



Solido (volume e forma propri)



Liquido (volume proprio, assume forma del recipiente che lo contiene)



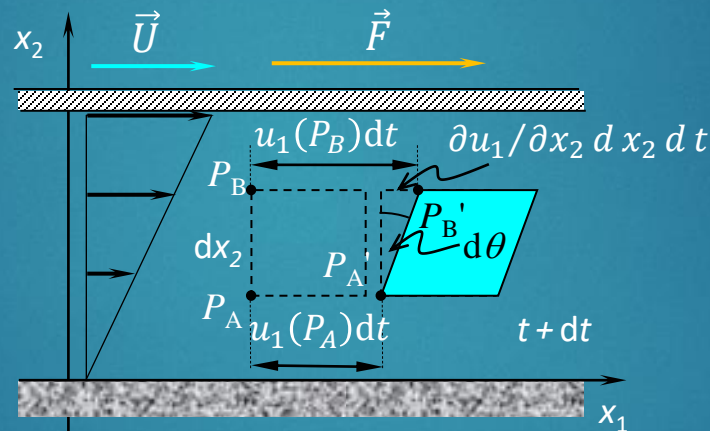
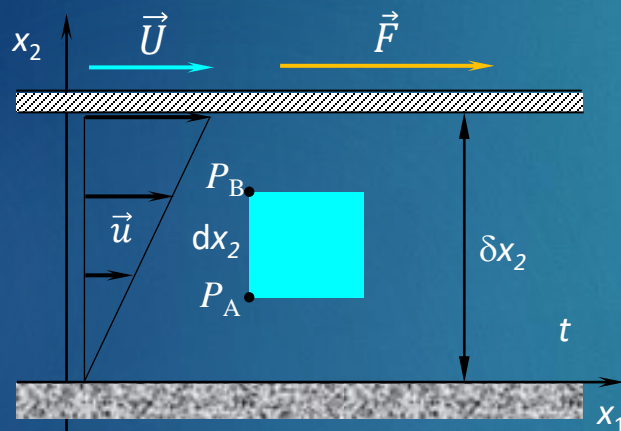
Aeriforme o gas (assume forma e volume del recipiente che lo contiene)

- I fluidi non sono in grado di esercitare sforzi di taglio e, quindi, di opporsi a variazioni della forma
 - ✓ non hanno forma propria; le deformazioni sono permanenti
 - ✓ la categoria dei fluidi include liquidi (poco comprimibili) e aeriformi (comprimibili)
 - ✓ definizione relativa a condizioni particolari (idrostatiche)

Definizione di fluido - 2

► Definizione più generale (riferita a condizioni di moto)

- Esempio: moto piano fra due lastre parallele, in moto relativo con velocità \vec{U} parallela alle lastre
- Campo delle velocità $\vec{u} = u_1 \vec{b}_1 + u_2 \vec{b}_2 + u_3 \vec{b}_3$: $u_1 = u_1(x_2)$; $u_2 = u_3 \equiv 0$



$$u_1(P_B) = u_1(P_A) + \left. \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right|_A dx_2$$

Spostamenti di P_A e P_B nell'intervallo dt :

$$\delta s_A = u_1(P_A)dt$$

$$\delta s_B = u_1(P_B)dt = \delta s_A + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} dx_2 dt$$

$$ds = \delta s_B - \delta s_A = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} dx_2 dt$$

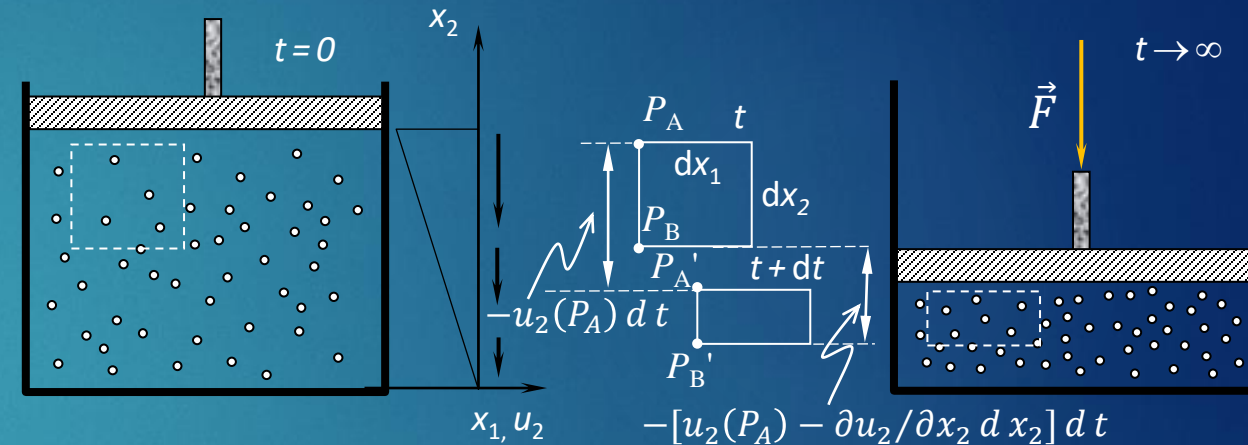
- Il rettangolo di sezione diventa un parallelogramma di uguale area (deform. a volume costante)
- Il lato di sviluppo iniziale dx_2 ruota di un angolo (di deformazione) $d\theta = \arctan\left(\frac{ds}{dx_2}\right) \cong \frac{ds}{dx_2} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} dt$
- velocità di deformazione ($V = \text{cost}$) dell'elemento fluido: $\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = \text{cost}$ ✓ pedici diversi
- I fluidi sono soggetti a velocità di deformazione costante in risposta a sollecitazioni costanti



Definizione di fluido - 3

Deformazione con variazione di volume (fluido comprimibile)

- Fluido in contenitore con pistone
- Compressione lungo x_2 mediante forza \vec{F}
 - ✓ Deformazione tende a un limite per $t \rightarrow \infty$ (non prosegue indefinitamente)
- Velocità di deformazione del volume fluido durante il processo di compressione
 - Volume al tempo t : $V_0 = d x_1 d x_2 d x_3$ (altezza iniziale $d x_2$)
 - Campo di velocità: $u_2 = u_2(x_2) < 0$; $u_1 = u_3 \equiv 0$
 - Spostamenti di P_A e P_B nell'intervallo dt :
 - $\delta s_A = -u_2(P_A)dt$
 - $\delta s_B = -[u_2(P_A) - \partial u_2 / \partial x_2 d x_2]dt = \delta s_A + ds$
 - $ds = \delta s_B - \delta s_A = \partial u_2 / \partial x_2 d x_2 dt$
 - Volume al tempo $t + dt$: $d x_1 (d x_2 + \partial u_2 / \partial x_2 d x_2 dt) d x_3$



- Variazione di volume

$$dV = d x_1 d x_2 d x_3 \partial u_2 / \partial x_2 dt$$
- Variazione di volume specifica

$$dV / V_0 = \partial u_2 / \partial x_2 dt$$
- Velocità di variazione volumetrica specifica

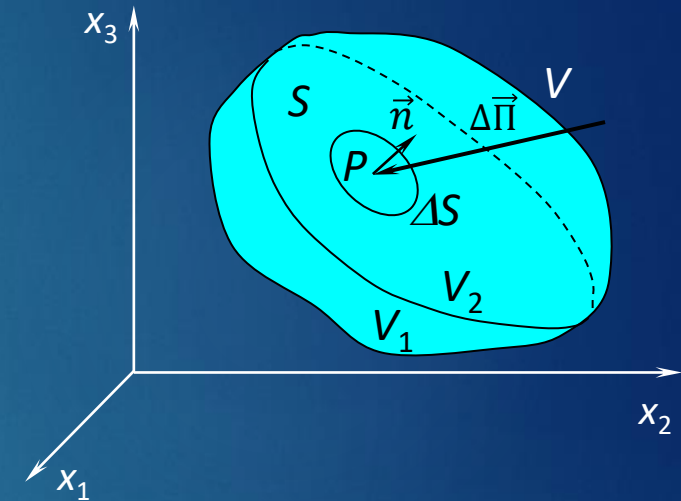
$$\frac{1}{V_0} \frac{dV}{dt} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad \checkmark \text{ pedici uguali}$$



Sforzi nei fluidi – forze di superficie

► Stato di sforzo in un punto

- Volume fluido V diviso in due parti, V_1 e V_2 , da superficie S
- V_1 e V_2 si scambiano forze uguali e contrarie attraverso S (principio di azione e reazione)
- Sulla faccia di un elemento di superficie ΔS contenente il punto P agisce la forza $\Delta \vec{\Pi}$
- Sforzo medio (o tensione media) sulla superficie ΔS : $\vec{\tau} = \frac{\Delta \vec{\Pi}}{\Delta S}$
 - ✓ $\vec{\tau}$ varia al variare di ΔS ; per $\Delta S \rightarrow 0$ l'areola tende a un elemento del piano tangente in P
 - ✓ giacitura e faccia dell'elemento di superficie possono essere individuati dalla *normale esterna* \vec{n} (rivolta verso parte dello spazio dalla quale la faccia è in vista) a S nel punto P
- Sforzo nel punto P , sull'elemento di superficie di normale \vec{n} : $\vec{\tau}_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\Pi}}{\Delta S} = \frac{d\vec{\Pi}}{dS}$
 - ✓ $\vec{\tau}_n$ varia al variare della normale \vec{n} (della giacitura del piano tangente ad S nel punto P)
- *Stato di sforzo* in un punto: insieme degli ∞^2 sforzi $\vec{\tau}_n$ al variare della giacitura della superficie





Sforzi nei fluidi – forze di superficie

► Componenti dello sforzo $\vec{\tau}_n$

- $\vec{\tau}_{na}$ *normale* o *assiale*: avente la direzione della normale
 - di compressione: tende a far avvicinare particelle disposte lungo \vec{n}
 - di trazione: tende a far allontanare particelle disposte lungo \vec{n}
 - ✓ i fluidi non sono atti a sopportare sforzi di trazione significativi
- $\vec{\tau}_{nt}$ *tangenziale*: giacente sul piano tangente alla superficie in P

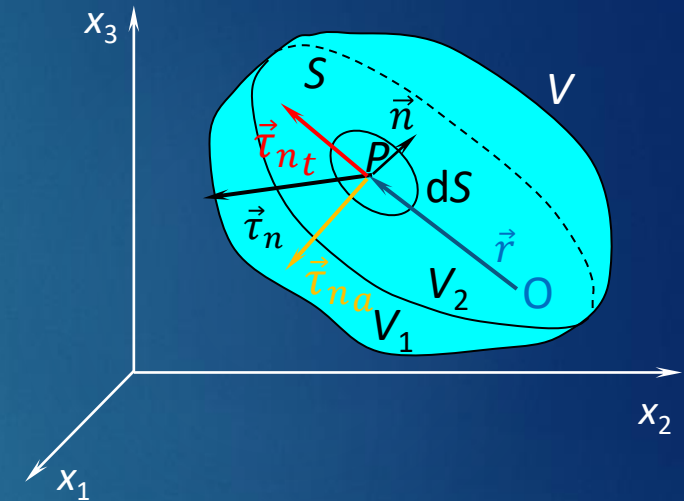
► Unità di misura degli sforzi (Sistema Internazionale, S.I.)

$$[\vec{\tau}_n] = \frac{[\Delta \vec{\Pi}]}{[\Delta S]} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \quad (\text{Pascal})$$

► Spinta su una superficie S (caratterizzata da *risultante* e *momento risultante* rispetto a un polo O)

- Spinta elementare (infinitesima) su areola dS : $d\vec{\Pi} = \vec{\tau}_n dS$
- Risultante della spinta: $\vec{\Pi} = \int_S \vec{\tau}_n dS$
- Momento risultante della spinta: $\vec{M} = \int_S \vec{r} \times \vec{\tau}_n dS$

- ✓ Due sistemi di forze si dicono *equivalenti* se hanno uguali risultante e momento risultante
- ✓ qualunque sistema di forze si può ridurre a una forza + una coppia o a due forze sghembe





Densità – forze di massa

► Densità in un punto

- si consideri il volume ΔV di massa Δm contenente il punto P di posizione \vec{x}
- densità media del volume: $\bar{\rho} = \frac{\Delta m}{\Delta V}$
- densità nel punto P: $\rho(\vec{x}) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$ (a rigore $\lim_{\Delta V \rightarrow V_P} \frac{\Delta m}{\Delta V}$)

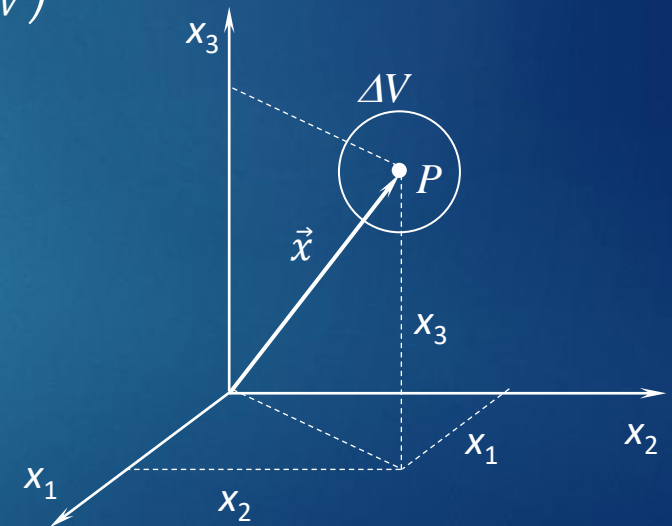
► Unità di misura della densità (Sistema Internazionale, S.I.)

$$[\rho] = \frac{[\Delta m]}{[\Delta V]} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

► Equazione di stato (dipendenza funzionale da variabili di stato)

$$\rho = \rho(p, T, S)$$

- ✓ liquidi poco comprimibili (rilevanti solo T, S)
- ✓ $\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cong 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ per $T = 0 \div 40^\circ\text{C}$ e $S = 0$; $\rho_{\text{H}_2\text{O}}$ massima per $T = 4^\circ\text{C}$ (anomalo)
- ✓ acqua di mare: $\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cong 1024 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ per $T = 5^\circ\text{C}$ e $S = 30 \text{ ‰}$





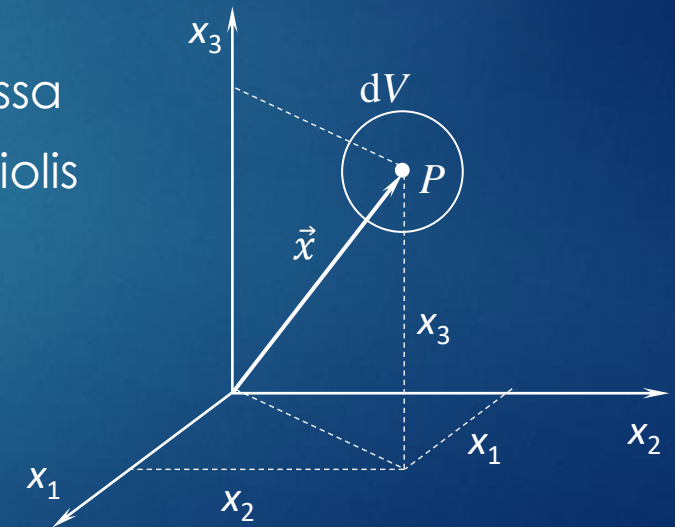
Densità – forze di massa - 2

► Forze di massa (o di volume)

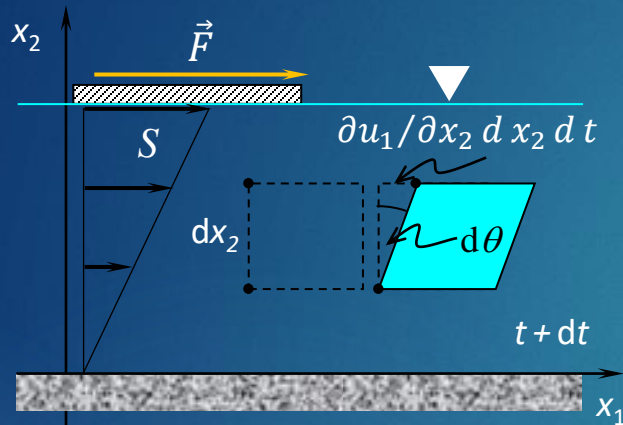
- massa di un volume elementare: $dm = \rho dV$
- peso di un volume elementare: $d\vec{G} = \vec{g}\rho dV = -g\rho dV \nabla z$ proporzionale alla massa (volume)
- peso specifico (per unità di volume) nel punto P: $\frac{dG}{dV} = \frac{g\rho dV}{dV} = \rho g = \gamma$
 - ✓ $\gamma_{H_2O} \cong 9.80665 \frac{m}{s^2} \times 1000 \frac{kg}{m^3} \cong 9806 \frac{N}{m^3} = 1000 \frac{kp}{m^3}$
- In generale $d\vec{G} = \vec{f}_m \rho dV$; \vec{f}_m è la forza agente sull'unità di massa
 - ✓ sono forze di massa: forza peso, forza centrifuga, forza di Coriolis

► Volume di dimensioni finite

- massa $m = \int_V \rho dV$
- peso $\vec{G} = \int_V (-g\rho \nabla z) dV = -g\nabla z \int_V \rho dV = -gm\nabla z$
- generica forza di massa $\vec{G} = \int_V \rho \vec{f}_m dV$



Proprietà reologiche dei fluidi



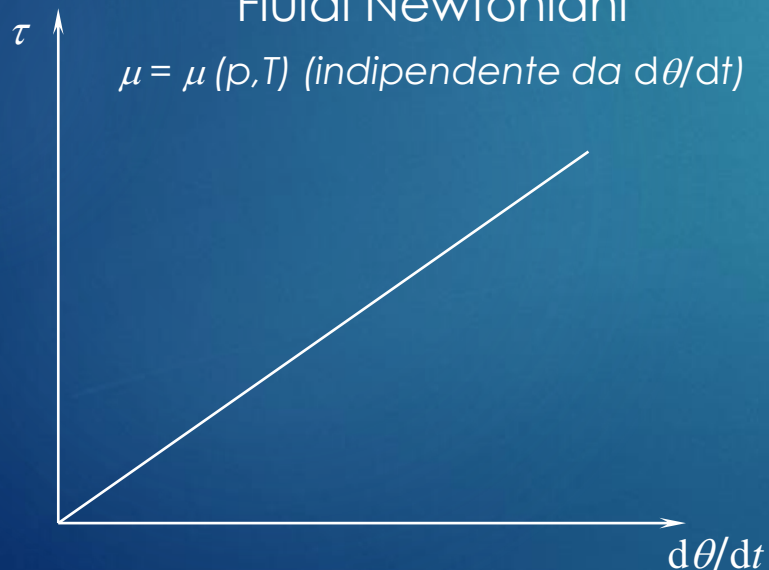
$$\tau = \frac{F}{S} = \mu \frac{d\theta}{dt}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

- μ = viscosità dinamica
- $[\mu] = [\text{Ns/m}^2] = [\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}]$
- ν = viscosità cinematica
- $[\nu] = [\text{m}^2/\text{s}]$
- ✓ Liquidi: μ diminuisce al crescere di T e cresce al crescere di p (acqua: dipendenza da p trascurabile per scopi pratici)
- ✓ Gas: μ aumenta al crescere di T e p

Fluidi Newtoniani

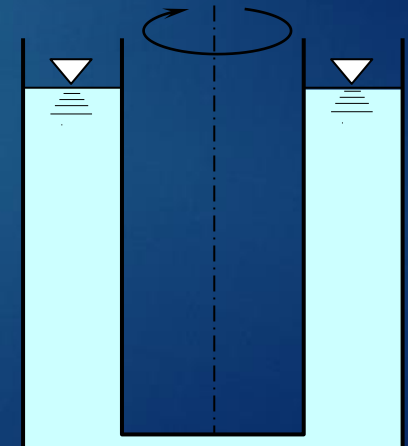
$\mu = \mu(p, T)$ (indipendente da $d\theta/dt$)



Fluido	$\mu \cdot 10^6$ (Ns/m ²)	$\nu \cdot 10^4$ (m ² /s)
Aria secca	18,24	0,151
Acqua	1006	0,01008
Glicerina pura	800000	6,35
Mercurio	1560	0,00115
Alcool etilico	1200	0,0152
Benzina	290	0,00440
Kerosene	1867	0,0233
Petrolio greggio (*)	18000	0,20
Olio lubrificante SAE 30 (*)	290000	4,0
Olio crudo	7845	0,0913

(*) valori medi indicativi

Viscosimetro





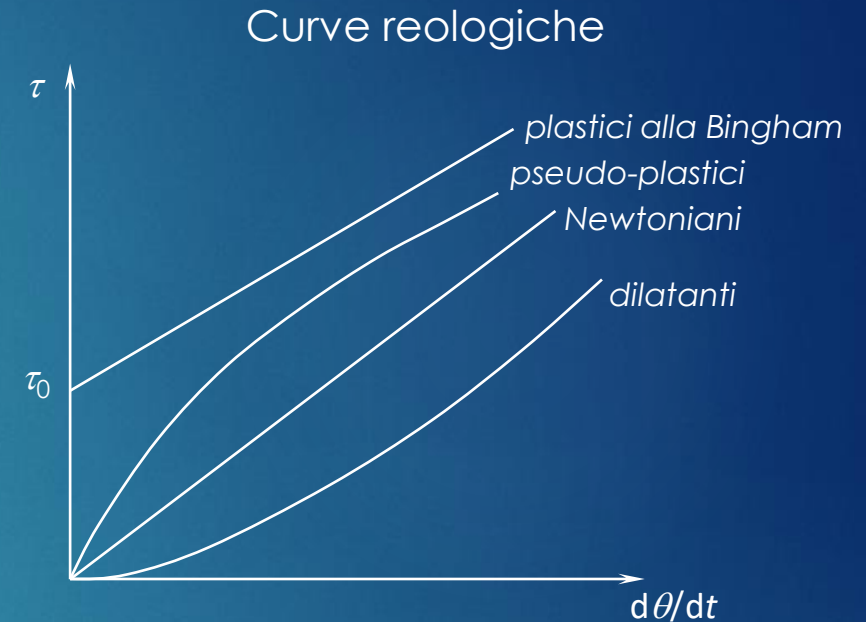
Proprietà reologiche dei fluidi - 2

FLUIDI NON NEWTONIANI

Fluidi le cui caratteristiche reologiche:

- ▶ sono indipendenti dal tempo;
- ▶ dipendono dalla durata dello sforzo applicato o della deformazione, oppure dalla storia precedente;
- ▶ sono in parte comuni ai solidi (fluidi *viscoelastici*)

- ▶ Fluidi le cui caratteristiche reologiche sono indipendenti dal tempo;
 - fluidi *plastici alla Bingham* (dentifricio, boiacca di cemento, fanghi bentonitici);
 - fluidi *pseudoplastici* (soluzioni di polimeri);
 - fluidi *dilatanti* (sospensioni di materiali solidi ad alta concentrazione).



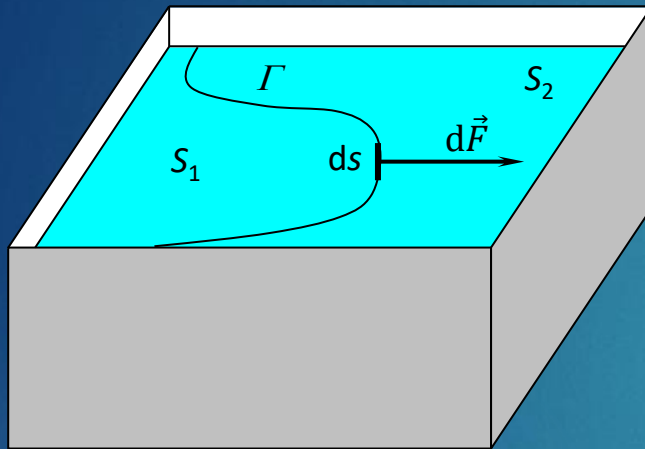


Proprietà reologiche dei fluidi - 3

FLUIDI NON NEWTONIANI

- ▶ Fluidi le cui caratteristiche reologiche sono indipendenti dal tempo;
 - fluidi *plastici alla Bingham*
 - fluidi *pseudoplastici*
 - fluidi *dilatanti*
- ▶ Fluidi le cui caratteristiche reologiche dipendono dalla durata dello sforzo applicato o della deformazione, oppure dalla storia precedente;
 - fluidi *tixotropici*: sforzo diminuisce nel tempo a velocità di deformazione costante (vernici, lubrificanti);
 - fluidi *reopectici*: sforzo aumenta nel tempo a velocità di deformazione costante
- ▶ Fluidi con alcune caratteristiche dei solidi (*elastoviscosi* o *viscoelastici*); (bitume, calcestruzzo)

Tensione superficiale

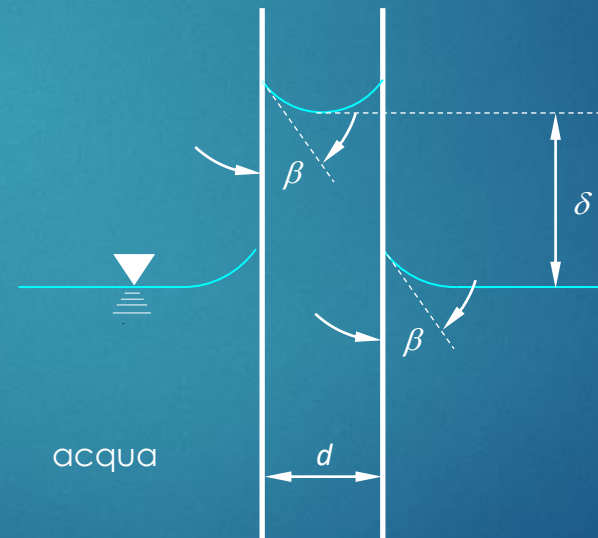


$$dF = T_s ds$$

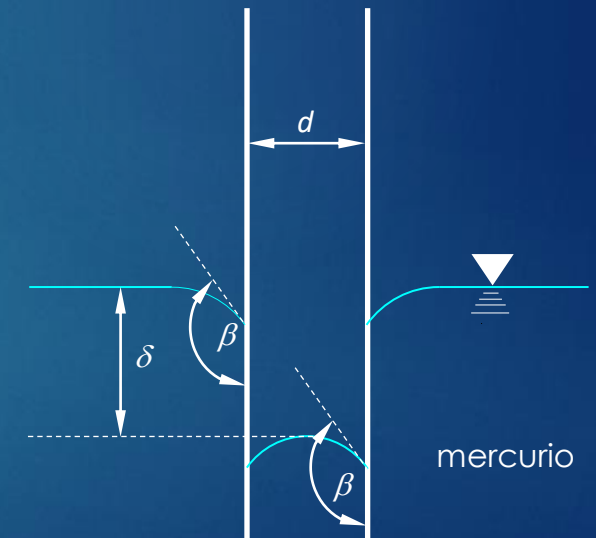
T_s = tensione superficiale

Fluidi a contatto	T_s (N/m)
acqua – gas	0,0726
mercurio – gas	0,4820
benzene – gas	0,0294
olio di oliva – gas	0,3187
alcool etilico – gas	0,0216
etere etilico – gas	0,0157
mercurio – acqua	0,4178
acqua – olio di oliva	0,0196

Fenomeni di capillarità

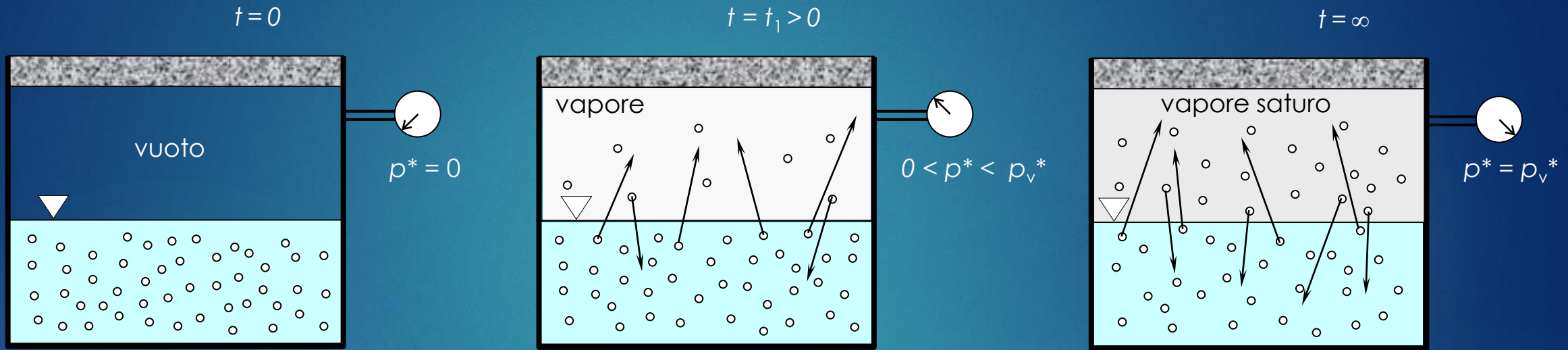


$$\delta = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{2T_s}{r\gamma} = \frac{4T_s \cos \beta}{\gamma d}$$



$$\begin{aligned} \delta d &= 30 \text{ mm}^2 && \text{per l'acqua} \\ \delta d &= -10 \text{ mm}^2 && \text{per il mercurio} \end{aligned}$$

Tensione di vapore



T (°C)	p_v^* (atm)	T (°C)	p_v^* (atm)	T (°C)	p_v^* (atm)
-25	$6,26 \times 10^{-4}$	10	$1,21 \times 10^{-2}$	90	$6,92 \times 10^{-1}$
-15	$1,63 \times 10^{-3}$	30	$4,19 \times 10^{-2}$	100	1,00
-5	$3,95 \times 10^{-3}$	50	$1,22 \times 10^{-1}$	150	4,70
0,01	$6,03 \times 10^{-3}$	70	$3,08 \times 10^{-1}$	200	39,24

- Equilibrio dinamico per $t = \infty$
- Tensione di vapore = pressione di vapore saturo p_v^*
- $p^* = p_v^* \longrightarrow$ ebollizione (cavitazione)
 - aumentando T a p^* costante
 - diminuendo p^* a T costante (condotte, pompe)



Comprimibilità dei fluidi

- Comportamento di un volume fluido soggetto a una variazione di pressione

$$dV = -\frac{V}{\varepsilon} dp$$

- ε = modulo di elasticità di volume
- $[\varepsilon] = [\text{Pa}] = [\text{N/m}^2]$

$$m = \rho V = \text{cost} \quad \longrightarrow \quad dm = \rho dV + V d\rho = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{\varepsilon}$$

- $\varepsilon_{\text{acqua}} \cong 2 \times 10^9 \text{ Pa} \quad \longrightarrow \quad \rho \cong \text{cost}$ (limitatamente ai fenomeni considerati nel corso)
- ✓ $\rho = \rho(p, T, S) \quad \longrightarrow \quad$ A rigore $\rho = \text{cost}$ per fluido incompressibile, isoterma e omogeneo
- ✓ Sovente si usa semplicemente il termine «fluido incompressibile» per intendere $\rho = \text{cost}$
- $\varepsilon_{\text{aria}} = p$ (trasformazione isoterma)
- ✓ alla pressione atmosferica $\varepsilon_{\text{aria}} \cong 10^5 \text{ Pa}$ (10^4 volte più comprimibile dell'acqua)



Assorbimento dei gas nei liquidi

- Passaggio in soluzione di gas all'interno di una massa liquida

- Per gas poco solubili:

$$m_g = k_T p_g^* \quad (\text{Legge di Henry})$$

- m_g = massa di gas disciolta per unità di volume liquido (concentrazione gas disciolto)
- k_T = coefficiente di assorbimento
- p_g^* = pressione (assoluta) del gas
- ✓ k_T dipende da coppia gas-liquido; decresce all'aumentare della temperatura
- ✓ Miscele di gas (p.es. aria): per ciascun componente si considera la pressione parziale
- ✓ Fenomeno rilevante nella formazione di bolle di aria all'interno delle condotte